CH6

تكامل

CH7

مصفوفات

* ملاحظه

أحمد غازي القدومي

ghazi alkadomi

ملخص رياضيات الأعمال

CH-6 + CH-7

مواضيع الملخص :- شابتر ٦ (التكامل) + شابتر ٧ (مصفوفات)

المرجع الأساسي :- شرح الدكتور تيسير نور (منسق المادة)

بيكسلز # وليحياي # لتكتمل_الصورة

إن النجاح لا يتطلب عذراً

والفشل لا يترك أي مبررات

* ملاحظة :- يجب عليك أن تحل أسئلة

كل ما حليتوا أسئلة ابتمكنوا من المادة

أحمد غازي القدومي

facebook:- ahmad ghazi alkadomi

تكامل

CH-6 Integration

6-1 Indefinite Integral (تكامل غير محدود) :- $\int f(x)\,dx$

C :- ثابت

Rules :- 1) $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

* في التكامل غير المحدود لا تنسى ال C

ex:- $\int x^4\,dx = \frac{x^{4+1}}{4+1} + C$

* التكامل عكس الإشتقاق

- ممكن تتأكد من حل سؤال التكامل بإشتقاق الجواب -

2) $\int 0\,dx = C$ (صفر)

3) $\int A\,dx = AX + C$ A :- رقم (ثابت)

4) $\int (f(x) \mp g(x))\,dx = \int f(x)\,dx \mp \int g(x)\,dx + C$

* في حالة اقترانين أو أكثر في التكامل كان بينهم إشارة (جمع أو طرح) نوزع إشارة التكامل

ex:- $\int \left(2x^4 - \frac{1}{x^2}\right) dx$ $\boxed{\frac{1}{x^2} = x^{-2}}$

Solu:- $\int 2x^4\,dx - \int \frac{1}{x^2}\,dx = \frac{2x^5}{5} - \frac{x^{-1}}{-1} + C$

$= \frac{2x^5}{5} + \frac{1}{x} + C$

ex:- $\int x^{-2}(x^2 + 2x^{-2})\,dx$

solu:- $\int (x^0 + 2x^{-4})\,dx = \int (1 + 2x^{-4})\,dx$

$= x + \frac{2x^{-3}}{-3} + C$

$= x - \frac{2}{3x^3} + C$

لا تنسى الأساسات الأسس

Scanned by CamScanner

قانون: $\int A f(x)\,dx = A\int f(x)\,dx$

ex:- $\int 2x^2$

Sol^n:- $2\int x^2 = \frac{2x^3}{3} + C$

Sol^n :- اذكر

⑤ $\int (ax+b)^n\,dx = \frac{1}{a}\,\frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$

a ← معامل ال x

ex:- $\int (1-2x)^{-2}\,dx$

Sol^n:- $\frac{1}{-2}\,\frac{(1-2x)^{-1}}{-1} + C = \frac{1}{2(1-2x)} + C$

$\boxed{6}$ $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln|x| + C$

* اذا كان البسط مشتقة المقام

$\frac{dx}{x} = \frac{1}{x}\,dx$

ex:- $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$

ex:- $\int \frac{1}{3x-2}\,dx \longrightarrow \frac{1}{3}\int \frac{3}{3x-2}$

$\frac{1}{3} * 3 = 1$

Sol^n:- $\frac{1}{3}\ln|3x-2| + C$

* في مثل هذا المثال نحن لا نستطيع أن نختصر لكن هناك في القوانين قانون ⁷ اذا كان مشتقه فوقه لكن هنا مشتقه ليست فوقه لكن نستطيع جعلها فوقه فنجعل في البسط ك مشتقة المقام وثم نضرب خارج التكامل بمقلوب الرقم الذي أوجدنا لتساوي عند ضرب المقلوب بالعدد (المجهول ليساوي المشتقة) يجب أن تساوي ما كان عليه قبل عمل أي شيء

ex:- $\int \frac{1}{5x-1}\,dx \longrightarrow \frac{1}{5}\int \frac{5}{5x-1}\,dx$

Sol^n:- $\frac{1}{5}\ln|5x-1| + C$

#بيكسان

#وكيابي

لا ترفع الإقتران لحال انه كان مرفوع للأس سالب واحد

$\int \frac{1}{2x-1} \longrightarrow \cancel{\int (2x-1)^{-1}}$

قانون: $\int A\, f(x)\, dx = A \int f(x)\, dx$

ex:- $\int 2x^2$

Sol^n:- $2\int x^2 = \frac{2x^3}{3} + C$

Sol^n:- اذكر

⑤ $\int (ax+b)^n\, dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$

a معامل الـ x

ex:- $\int (1-2x)^{-2}\, dx$

Sol^n:- $\frac{1}{-2} \frac{(1-2x)^{-1}}{-1} + C = \frac{1}{2(1-2x)} + C$

$\boxed{6}$ $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\, dx = \ln|x| + C$

* اذا كان البسط مشتقة المقام

ex:- $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$

$\frac{dx}{x} = \frac{1}{x} dx$

ex:- $\int \frac{1}{3x-2}\, dx \longrightarrow \frac{1}{3} \int \frac{3}{3x-2}$

$\frac{1}{3} * 3 = 1$

Sol^n:- $\frac{1}{3} \ln|3x-2| + C$

* في مثل هذا المثال نحن لا نستطيع أن نختصر لكن هنالك في القوانين قانون 6 اذا كان مشتقته فوقه لكن هنا مشتقته ليست فوقه لكن نستطيع جعلها فوقه فنجعل في البسط ك مشتقة المقام وثم نضرب خارج التكامل بمقلوب الرقم الذي أوجدنا لتساوي عند ضرب المقلوب بالعدد (المحول ليساوي المشتقة) يجب أن تساوي ما كان عليه قبل كل أي شيء

ex:- $\int \frac{1}{5x-1}\, dx \longrightarrow \frac{1}{5} \int \frac{5}{5x-1}\, dx$

Sol^n:- $\frac{1}{5} \ln|5x-1| + C$

بيكسلز

وكيليي

لا ترفع الإقتران بالحال انه كان مرفوع للأس سالبا واحد

$\int \frac{1}{2x-1} \longrightarrow \cancel{\int (2x-1)^{-1}}$

$\boxed{7}$ $\int e^{(ax+b)}\,dx = \frac{1}{a} e^{(ax+b)} + C$

$a \leftarrow$ معامل الـ X

ex:- $\int e^{2x}\,dx$

Solu:- $\frac{1}{2} e^{2x} + C$

$\boxed{MC = \text{Marginal Cost}}$

$\boxed{8}$ $\rightarrow TC = \int MC\,dQ$

$\rightarrow TR = \int MR\,dQ$

ex:- $MC = Q^2 + 2Q + 4$ $\quad TC = ??$ $\quad fc = 100$

Soluᶰ:- $TC = \int MC\,dQ$

$= \int (Q^2 + 2Q + 4)\,dQ$

$= \frac{Q^3}{3} + \frac{2Q^2}{2} + 4Q + C$

$\boxed{C \leftarrow \text{ثابت}}$

الثابت هنا ١٠٠

$TC = \frac{Q^3}{3} + Q^2 + 4Q + 100$

بِسكسلز

Question:-

1) evolute $\int (x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt{x} + 5)\,dx$

Solᶰ:- $\int x^5\,dx - \int \frac{1}{x}\,dx + \int \sqrt{x}\,dx + \int 5\,dx$

$= \int x^5\,dx - \int \frac{1}{x}\,dx + \int x^{\frac{1}{2}}\,dx + \int 5\,dx$

$= \frac{x^6}{6} - \ln|x| + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + 5x + C$

2) $\int (x^{\frac{2}{3}} - 2x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}})\,dx$

Solu:- $\int x^{\frac{2}{3}}\,dx - 2\int x^3\,dx + \int x^{\frac{-1}{2}}\,dx$

تكملة حل السؤال

$$= \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} - \frac{2x^{4}}{4} + \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c$$

$$= \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} - \frac{x^{4}}{2} + 2\sqrt{x} + c$$

#بسكسلز

#وحياة تشكيل الصورة

③ $\int \sqrt{x}\,(x^2 + 5x - 7)\,dx$

Sol^n:-

$$= \int x^{\frac{1}{2}} (x^2 + 5x - 7)\,dx$$

$$= \int x^{\frac{5}{2}}\,dx + 5\int x^{\frac{3}{2}}\,dx - 7\int dx$$

$$= \frac{x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + \frac{5x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - 7x + c$$

$$= \frac{2}{7} x^{\frac{7}{2}} + 2x^{\frac{5}{2}} - 7x + c$$

④ $\int \left(\frac{x^2 - x - 6}{x - 3}\right) dx$

Sol^n

$$\int \left(\frac{\cancel{(x-3)}(x+2)}{\cancel{(x-3)}}\right) dx$$

$$= \int (x+2)\,dx$$

$$= \int x\,dx + \int 2\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2} + 2x + c$$

⑤ $\int \left(\frac{2x^3 + x^2 - 3}{\sqrt{x}} \right) dx$

Sol^n:

$$2\int \frac{x^3}{x^{\frac{1}{2}}}\,dx + \int \frac{x^2}{x^{\frac{1}{2}}}\,dx - \int \frac{3}{x^{\frac{1}{2}}}\,dx$$

$$= 2\int x^{\frac{5}{2}}\,dx + \int x^{\frac{3}{2}}\,dx - 3\int x^{\frac{-1}{2}}\,dx$$

#بسكتاز

$$= \frac{2\,x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - 6\sqrt{x} + C$$

$$= \frac{4x^{\frac{7}{2}}}{7} + \frac{2x^{\frac{5}{2}}}{5} - 6\sqrt{x} + C$$

⑥ $\int \frac{(x+1)(x^2+4x+7)}{x}\,dx$

Sol^n: $\int \frac{x^3 + 4x^2 + 7x + x^2 + 4x + 7}{x}\,dx$ نضرب الأقواس ببعض

$$= \int \frac{x^3 + 5x^2 + 11x + 7}{x}\,dx = \int \left(x^2 + 5x + 11 + \frac{7}{x} \right) dx$$

$$= \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 11x + 7\ln|x| + C$$

⑦ $\int e^{\ln(x^2+1)}\,dx$

Sol^n: $\int (x^2+1)\,dx = \frac{x^3}{3} + x + C$

⑧ $\int \frac{1}{e^x}\,dx$

Sol^n:

$$\int e^{-x}\,dx = \frac{1}{-1}\,e^{-x} + C$$

⑨ $\int e^{4x-1}\,dx$

Sol^n: $\frac{1}{4}e^{4x-1}+c = \frac{e^{4x-1}}{4}+c$

⑩ $\int \frac{2}{x}\,dx$

$M\pi = \frac{d\pi}{dQ} = (\pi')$

Sol^n: $2\ln|x|+c$

$\boxed{M\pi = \text{Marginal profit}}$

⑪ $\int \frac{3x^2}{x^3}\,dx = \ln|x^3|+c$

#بيكسلز

#لتكتمل الصورة

#وبكيادي

⑫ $\int \frac{e^x}{e^x+2}\,dx = \ln|e^x+2|+c$

⑬ $\int \frac{6x^2+4x}{x^3+x^2+2}\,dx = 2\int \frac{3x^2+2x}{x^3+x^2+2}\,dx = 2\ln|x^3+x^2+2|+c$

⑭ if the $MR = 10-4Q$, then find the TR?

Sol^n:

1) $TR = \int MR\,dQ = \int (10-4Q)\,dQ = 10Q-2Q^2+C$

2) if $Q=0$ then $TR=0$.

$TR = 10Q-2Q^2+C$

$0 = 10(0)-2(0)^2+c$

$\boxed{C=0}$

لصحتك النفسية والعاطفية :-

تعلم فن النسيان ، تعلم كيف تنسى لتعيش باطمئنان ....

لا تتخذ موقفاً من كل حدث سيء مر بك

وتدمر حياتك بسبب من لا يستحق

Q)

if the Marginal Propensity to consume is $MPC = 0.5 + \frac{0.1}{\sqrt{y}}$

find the Consumption fun:-

1) $C = \int MPC\, dy = \int 0.5 + \frac{0.1}{\sqrt{y}}\, dy$

$C = 0.5y + \frac{0.1\sqrt{y}}{\frac{1}{2}} + g = 0.5y + 0.2\sqrt{y} + g$

2) if $C = 85$ and $y = 100$ find g → افترضنا الثابت هو g لأن في حرف C

Consumption = C

MPC = Marginal Propensity to consume

$C = 0.5y + 0.2\sqrt{y} + g$

$85 = 0.5(100) + 0.2\sqrt{100} + g$

$85 = 50 + 2 + g$

$\boxed{g = 33}$

#بيكسلز #تشكيل الصورة #وليحياي

Q) if the $MR = 100 - 6Q$, find TR ??

Solve:

$TR = \int MR\, dQ = \int 100 - 6Q\, dQ = 100Q - 3Q^2 + C$

$\boxed{C = 0}$

* في حال بالسؤال طلب قيمة C وكنا اوجدنا TR فتكون C تساوي صفر دائماً

Q) if Marginal cost is $MC = 2$ then $TC = \int MC\, dQ$

$TC = \int 2\, dQ = 2Q + C$

* في حال بالسؤال طلب قيمة C وكنا اوجدنا TC تكون ال C التكلفة الثابتة

يكون السؤال find cost

حكمة :- تحتاج إلى خمسة أمور في حياتك كي تنجح :

١) الثقة في نفسك ② الإصرار على التنفيذ

③ التفاؤل كل يوم

④ عدم مقارنة ذاتك مع أحد ⑤ تجاهل المحبطين

Scanned by CamScanner

Definite Integrals: $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

ex1- $\int_5^6 1\,dx = x\Big|_5^6 = 6 - 5 = 1$

ex: $\int_1^3 x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^3 = 9 - \frac{1}{3} = \frac{27}{3} - \frac{1}{3} = \frac{26}{3}$

ex: $\int_0^1 e^x\,dx = e^x\Big|_0^1 = e^1 - e^0 = \boxed{e-1}$

أي شيء قوة صفر تكون 1

ex $\int_2^3 2x^2\,dx = \frac{2x^3}{3}\Big|_2^3 = 18 - \frac{16}{3} = \frac{54}{3} - \frac{16}{3} = \frac{38}{3}$

ex $\int_2^3 (x+1)\,dx$

بيسكر لتكمل الصورة

Solut: $\frac{x^2}{2} + x\Big|_2^3 = \left(\frac{9}{2} + \frac{3_{\times 2}}{_{2\times 1}}\right) - (2+2) = \frac{15}{2} - \frac{4_{\times 2}}{_{2\times 1}} = \frac{7}{2}$

ex: $\int_1^3 (x^2 - 4)\,dx$

Solut: $\frac{x^3}{3} - 4x\Big|_1^3 = (9 - 12) - \left(\frac{1}{3} - \frac{4_{\times 3}}{_{3\times 1}}\right) = -3 - \left(\frac{-11}{3}\right) = \frac{-3_{\times 3}}{_{3\times 1}} + \frac{11}{3}$

$= \frac{-9}{3} + \frac{11}{3}$

$= \frac{-2}{3}$

حتى لا تؤلمك الحقيقة يوماً:

لا تضع لنفسك منزلة عالية في قلوب الناس، ولا تتوقع منهم

تضحية من أجلك، أخفض سقف توقعاتك بالجميع كي لا تنصدم!

ex $\int_1^2 \frac{1}{x}\,dx = \ln|x|\Big|_1^2 = \ln 2 - \cancel{\ln 1}^{\,0} = \ln 2$

$\ln 1 = \text{zero}$

Scanned by CamScanner

Definite Integrals :- $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

ex:- $\int_5^6 1\,dx = x\Big|_5^6 = 6 - 5 = 1$

ex:- $\int_1^3 x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^3 = 9 - \frac{1}{3} = \frac{27}{3} - \frac{1}{3} = \frac{26}{3}$

ex: $\int_0^1 e^x\,dx = e^x\Big|_0^1 = e^1 - e^0 = \boxed{e-1}$ أي شيء قوة صفر تكون 1

ex $\int_2^3 2x^2\,dx = \frac{2x^3}{3}\Big|_2^3 = 18 - \frac{16}{3} = \frac{54}{3} - \frac{16}{3} = \frac{38}{3}$

ex $\int_2^3 (x+1)\,dx$ #يستمر لتكتمل الصورة

Solut: $\frac{x^2}{2} + x\Big|_2^3 = \left(\frac{9}{2} + \frac{3_{\times 2}}{_{2\times 1}}\right) - (2+2) = \frac{15}{2} - \frac{4_{\times 2}}{_{2\times 1}} = \frac{7}{2}$

ex: $\int_1^3 (x^2 - 4)\,dx$

Solut: $\frac{x^3}{3} - 4x\Big|_1^3 = (9 - 12) - \left(\frac{1}{3} - \frac{4_{3\times}}{_{3\times 1}}\right) = -3 - \left(\frac{-11}{3}\right) = \frac{-3_{3\times}}{_{3\times 1}} + \frac{11}{3}$

$= \frac{-9}{3} + \frac{11}{3}$

$= \frac{-2}{3}$

حتى لا تؤلمك الحقيقة يوماً :
لا تضع لنفسك منزلة عالية في قلوب الناس، ولا تتوقع منهم
تضحية من أجلك، أخفض سقف توقعاتك بالجميع كي لا تنصدم !

ex $\int_1^2 \frac{1}{x}\,dx = \ln|x|\Big|_1^2 = \ln 2 - \cancel{\ln 1}^{\,0} = \ln 2$

$\boxed{\ln 1 = \text{zero}}$

ex) $\int_1^2 \frac{2x}{x^2+1}\,dx = \ln|x^2+1|\Big|_1^2 = \ln 5 - \ln 2 = \ln \frac{5}{2}$

ex) $\int_0^1 \left(e^{\ln x^2} + e^{3\ln(x+1)} - x\right) dx$

solution

$\int_0^1 x^2 + (x+1)^3 - x \; dx$

$= \frac{x^3}{3} + \frac{(x+1)^4}{4} - \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{2\times 1}{2\times 3} + \frac{6\times 4}{6\times 1} - \frac{3\times 1}{3\times 2} - 0 = \frac{2}{6} + \frac{24}{6} - \frac{3}{6}$

$= \frac{23}{6}$

الفائض المستهلك
Consumer surplus : (CS)

$$CS = \int_0^{Q_0} (\text{demand function})\, dQ - P_0 Q_0$$

Q. find CS at Q = 5 for $\boxed{P = 30 - 4Q}$ → demand فهو Q حسب معامل
$\boxed{P = 3 + Q^2}$ → supply فهو Q حسب معامل

$$CS = \int_0^{Q_0} (\text{demand function})\, dQ - P_0 Q_0$$

$$= \int_0^5 30 - 4Q \, dQ - P_0(5)$$

Q_0 = هي قيمة ال Q المعطاة بالسؤال

اذا لم تكن موجودة أو معطاة بالسؤال نجدها من مساواة الإقترانين ببعض

P_0 : نعرف قيمتها من خلال التعويض بـ function

$$P = 30 - 4Q = 30 - 4(5) = 30 - 20 = \boxed{10}$$

$$= \int_0^5 30 - 4Q \, dQ - (10)(5)$$

$$= 30Q - 2Q^2 \Big|_0^5 - 50 = (30(5) - 2(5)^2) - 0 - 50$$

$$= 150 - 50 - 50 = 50$$

Q. if $P = 22Q - 4Q^2$ find CS at Q = 5

step1: $CS = \int_0^{Q_0} (\text{demand function})\, dQ - P_0 Q_0$

step 2: $Q_0 = 5 \longrightarrow P_0 = 22(5) - 4(5)^2 = 110 - 100 = 10$

step3: $\int_0^5 22Q - 4Q^2 - (10)(5)$

$$11Q^2 - \frac{4Q^3}{3} \Big|_0^5 - 50 = 275 - 166{,}67 - 50$$

$$= 275 - 216{,}67 = 58{,}33$$

Scanned by CamScanner

فائض إنتاج

Producers surplus :- (Ps)

$$Ps = P_0 Q_0 - \int_0^{Q_0} (\text{supply function})\, dQ$$

Q. given the demand function $P = 50 - 2Q_d$ and supply function $P = 10 + 2Q_s$. Calculate CS and Ps

Soln: at eqilibrium $Q_d = Q_s = Q$

$\Rightarrow 50 - 2Q = 10 + 2Q \Rightarrow 4Q = 40 \Rightarrow Q = 10$

$\Rightarrow Q_0 = 10$

$P = 10 + 2Q = 10 + 2(10) = 30 \Rightarrow P_0 = 30$

$$Cs = \int_0^{10} (50 - 2Q)\, dQ - 300 \qquad Q_0 P_0 = 10(30) = 300$$

$$= 50Q - Q^2 \Big|_0^{10} - 300 = 400 - 300 = 100.$$

بيكسار

وحياتي

التشكيل الصورة

$$Ps = 300 - \int_0^{10} 10 + 2Q\, dQ$$

$$= 300 - (10Q + Q^2)\Big|_0^{10} = 300 - 200 = 100$$

* قوانين

1) $\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$

2) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$

3) $\int_a^a f(x)\,dx = 0$

بسكسان
لتحلو الصورة
وتحياتي /

Q) If $\int_0^3 f(x)\,dx = 4$ and $\int_4^0 f(x)\,dx = -8$ then $\int_4^3 (4 - f(x))\,dx$

$\int_4^3 (4 - f(x)\,dx \rightarrow ??$

ركز على حدود التكامل

Solve

$\int_4^3 4\,dx - \int_4^3 f(x)\,dx$

$\int_4^3 f(x)\,dx = 4 - 8 = -4$

$4x\Big|_4^3 - -4$

$-4 - 4 = -8$

الشيء الوحيد الذي يجعلني أقوى
كلما انكسرت، هو: معرفة أن الحياة
ستمضي مهما حدث

① التكامل بالتعويض

تكامل

نستخدم التكامل بالتعويض: ١) عند ضرب أو قسمة اقترانين
② عند ما لا استطيع تطبيق قواعد التكامل
③ عند عدم المقدرة على الإختصار

ex) $\int 2x e^{x^2} dx$

أول خطوة افرض u

$u = x^2$

ثاني خطوة اشتق u

$\frac{du}{dx} = 2x$

ثالث خطوة جعل dx موضوع القانون

$dx = \frac{du}{2x}$

$\int \cancel{2x} e^u \frac{du}{\cancel{2x}}$

$\int e^u du = e^u + c$

$= e^{x^2} + c$

رابع خطوة ارجع الفرض (تكامل غير محدود)

إذا أردنا أن نعرف فرضنا الصحيح أم لا عند تعويض الفرض يجب أن يتزول أشياء مع بعض
يعني اختصار

بالغالب التكامل بالتعويض القيمة إلي بنفرضها تكون ما داخل الجذر، أو اس الـ e أو ln أو log

ex) $\int_{-1}^{1} \frac{x^2}{\sqrt{x^3+9}} dx$

$u = x^3 + 9$

$\frac{du}{dx} = 3x^2$

$dx = \frac{du}{3x^2}$

$x = 1 \rightarrow u = 10$

$x = -1 \rightarrow u = 8$

$\Rightarrow \int_8^{10} \frac{\cancel{x^2}}{\sqrt{u}} \frac{du}{3\cancel{x^2}}$

$= \int_8^{10} \frac{1}{3\sqrt{u}} du$

$= \frac{1}{3} \times 2 \sqrt{u} \Big|_8^{10} = \frac{2}{3}(\sqrt{10} - \sqrt{8})$

هنا لا نرجع الفرض (تكامل محدود)

ex) $\int e^{2x} dx$

sol: $u = 2x$

$\frac{du}{dx} = 2 \quad du = 2dx \quad dx = \frac{du}{2}$

$\int e^u \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int e^u du$

$= \frac{1}{2} e^u + c$

$= \frac{1}{2} e^{2x} + c$

Matrices المصفوفات CH7

بيكسلز # ولحياك * لتكتمل الصورة

حكم (إذا تعلمت التجاهل .... فقد إجتزت نصف مشاكل الحياة)

* Basic Matrix operation (عمليات) عمليات أساسية للمصفوفات

A Matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 7 \end{bmatrix}$

(2 X 3) ← الرتبة
عدد الصفوف — by — عدد الأعمدة

is of order (رتبة) 2X3, where the number of rows (صفوف) are 2 and number of columns are 3.

* In general (بشكل عام) $\underset{\text{اسم المصفوفة}}{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{bmatrix}$ (اسم المصفوفة)

ex)

قاعدة الجمع أو الطرح أن تكون الرتب متساوية

1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{2\times3} + \begin{bmatrix} 4 & 5 & 8 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix}_{2\times3}$

$= \begin{bmatrix} 5 & 7 & 11 \\ -1 & 5 & 2 \end{bmatrix}_{2\times3}$

$\boxed{A + B = B + A}$

* operation on Matrices عمليات المصفوفات
1) Addition and subtraction جمع وطرح المصفوفات
2) scalar Multiplication ضرب المصفوفة برقم ثابت
3) Multiplication ضرب مصفوفة في مصفوفة
4) TransPotion

2) $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ find $3B$

ثابت

المصفوفة

$$3 * \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 12 \\ 15 & 21 \end{bmatrix}$$

③ $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ -4 & 0 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 6 \\ 8 & 3 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

find $A - B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -12 & -3 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}_{(1*3)}$

بيكسل

تشكل الصورة

صف واحد

order $A = 1*3 \Rightarrow$ row Vector

$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}_{(3*1)}$

عمود واحد

order $B = 3*1 \Rightarrow$ Column Vector

---

④ $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ -4 & 0 & 6 \end{bmatrix}_{(2*3)}$

find A^2

$$A^2 = \begin{bmatrix} 9 & 4 & 25 \\ 16 & 0 & 36 \end{bmatrix}$$

Scanned by CamScanner

→ Zero Matrics

كل عدودها صفر $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(2\times3)}$, $\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}_{(1\times1)}$, ...

→ Square Matrics

$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}_{(2\times2)}$, $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}_{(3\times3)}$, ...

عدد الصفوف = عدد الأعمدة
تسمى square Matrics

→ Transpose . (T) اس المتغير

خلي كل عمود صف
وكل صف عمود
صف ← عمود

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}_{(2\times2)}$

find $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}_{(2\times2)}$

→ تساوي المصفوفات

$\Rightarrow \begin{bmatrix} x^2 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$

find the value of X

$x^2 = 4 \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{4} \Rightarrow X = \pm 2$

→ المصفوفة المحايدة Identity Matrixs

$2 + ? = 2$ نرمز لها I

$2 + 0 = 2$

سيشرح عنها في اللاحق

Zero → عنصر محايد في حالة الجمع أو طرح

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4\times4}$

مصفوفة محايده ←

قطر كله واحد
والباقي أصفار

$2 * ? = 2$

$2 * 1 = 2$

1 → عنصر محايد في حالة الضرب

مصفوفة محايدة

مصفوفة → $A I = A$

$I A = A$

Scanned by CamScanner

2) $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 7 & 3 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 3}$

find $B^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 3 & 4 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 3}$

→ Diagonal Matrix :- (قطر ارقام، والباقي اصفار)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

→ Matrix inversion

$\frac{A}{B} = AB^{-1}$ → inverse of matrix

Can't classify لا استطيع تكملة الحل اذا لم تطبق القاعدة

Multiplication : ضرب مصفوفة بمصفوفة

قاعدة ضرب مصفوفة بمصفوفة : عدد الأعمدة بالمصفوفة الأولى يجب أن تتساوى مع عدد الصفوف بالمصفوفة الثانية

ex) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \end{bmatrix}_{2*3}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 & 10 \\ 2 & 3 & 4 & 7 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}_{3*4}$

الارقام الباقية هي رتبة المصفوفة الي هتطلع معنا

find $AB = \begin{bmatrix} 32 & 41 & 30 & 49 \\ 69 & 88 & 63 & 108 \end{bmatrix}_{2*4}$

نأخذ صفوف اول مصفوفة مطلوبة

الصف الأول من A

$\boxed{2 \quad 3 \quad 4}$

عمود الأول من B

$\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

عمود ثاني من B

$\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

$(2*5)+(3*2)+(4*4)$

$10 + 6 + 16$

$= 32$

خطيتها لأنه الصف الأول بالعامود الأول اكد الأول

$(2*6)+(3*3)+(4*5)$

$= 12 + 9 + 20$

$= 41$

صف الاول العامود الثاني

عمود رابع من B

$\begin{bmatrix} 10 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$

عمود ثالث من B

$\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

$(2*3)+(3*4)+(4*3)$

$6 + 12 + 12$

$= 30$

صف الاول عامود ثالث

$(2*10)+(3*7)+(2*4)$

$20 + 21 + 8$

$= 49$

صف الاول عامود رابع

تكملة الحل ⟸

بعد ما خلصت من ضرب الصف بالمصفوفة الأولى بالأعمدة بالمصفوفة الثانية

ننتقل للصف الثاني ونعمل نفس خطوات السابقة

صف ثاني من A

[5 6 8]

عمود الاول من B

$\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

$(5*5)+(6*2)+(8*4)$

$25+12+32$

$=69$

ثاني صف
اول عمود

عمود ثاني من B

$\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

$(5*6)+(6*3)+(8*5)$

$30+18+40$

88 صف ثاني
عمود ثاني

عمود ثالث من B

$\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

$(5*3)+(6*4)+(8*3)$

$15+24+24$

63 صف ثاني
عمود ثالث

عمود رابع

$\begin{bmatrix} 10 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$

$(5*10)+(6*7)+(2*8)$

$50+42+16$

108 صف ثاني
عمود رابع

لا يوجد اجابة

② B·A = can't classify (undefined) نتأكد من

أن عدد الأعمدة بالمصفوفة الأولى يساوي عدد الصفوف في المصفوفة الثانية

هنا حسب المطلوب في المصفوفة الأولى هي B / المصفوفة الثانية هي A

عدد اعمدة المصفوفة الاولى 4

عدد صفوف المصفوفة الثانية 2

الجواب can't classify

في المصفوفات = A·B ≠ B·A
عملية الضرب ليست تبديلية

③ $A^T = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}_{(3*2)}$

بيكسلز # لتكمل الصورة # وكيان

defined يوجد اجابة

Scanned by CamScanner

اقترانين بمتغيرين

* حل نظام معادلات 2x2 عن طريق المصفوفات

Q.) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x+3y=2 \end{cases}$

find the value of x, y by Matrix

step 1 تأكد من المعادلات مرتبات

step 2 تحويل معادلات للمصفوفات

قاعدة

(A) مصفوفة معاملات · مصفوفة المجاهيل = مصفوفة نواتج

كل عمود اقتران

$$\begin{array}{r} \text{اقتران} \rightarrow \\ \text{اقتران} \rightarrow \end{array} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}_{(2*2)} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

معاملات x

معاملات y

step 3 determinat for مصفوفة معاملات

$\boxed{det(A) = |A| = ad - bc}$

خطوة ٣ ايجاد det(A)

$(2*3) - (-1)(1)$

$6 - (-1)$

$= \boxed{7}$

$a = 2$
$b = -1$
$c = 1$
$d = 3$

صورة العامة لمصفوفة 2*2

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Q) $A = \begin{bmatrix} -1 & m \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

A is singular find the value of M

$|A| = 0$

$ad - bc = 0$

$-3 - 2m = 0$

$M = \frac{-3}{2}$

* اذا كان الـ det لا يساوي صفر يكون اسم مصفوفة المعاملات Non singular أو invertible

* اذا كان الـ det يساوي صفر يكون اسم مصفوفة معاملات singular

step 4: invers $(A)^{-1}$ معكوس مصفوفة معاملات

مصفوفة (A) ليس لها معكوس

خطوة ٤ ايجاد invers

قانون invers مصفوفة 2*2

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{-1}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix}$$

وللتكملة اكمل

قاعدة

step 5

إيجاد الحل
(إيجاد قيم X و Y)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

قاعدة: مصفوفة المجاهيل تساوي A^{-1} ضرب مصفوفة النواتج

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{-1}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix}_{(2\times 2)} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{(2\times 1)} = \begin{bmatrix} \frac{5}{7} \\ \frac{3}{7} \end{bmatrix}$$

عدد الأعمدة

عدد الصفوف

عدد الأعمدة في مصفوفة أول = عدد الصفوف في مصفوفة ثانية

قاعدة ضرب المصفوفات

صف الأول بالأعمدة الأول

$$\frac{3}{7} * 1 + \frac{1}{7}(2)$$

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{-1}{7} * 1 + \frac{2}{7} * 2$$

$$\frac{-1}{7} + \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{7} \\ \frac{3}{7} \end{bmatrix}$$

كل حد يتساوى مع الحد المقابل له بالمصفوفة

$$\boxed{X = \frac{5}{7}} \quad \boxed{y = \frac{3}{7}}$$

Q) $2X - y = +1$

$X + 3y = 2$

نفس السؤال لكن هنا الحل بطريقة
Cramer's rule

أول خطوة أتأكد من ترتيب المعادلات

ثاني خطوة تحويل معادلات المصفوفات صورة صورة

X معاملات

Y معاملات

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

step 3

قانون

$$\boxed{X = \frac{|A_X|}{|A|}}$$

$|A_X| \rightarrow \det(A_X)$

$|A| \rightarrow \det(A)$

$$= \frac{5}{7}$$

أوجدناها في السؤال السابق

$$A_X = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad |A_X| = ad - bc$$
$$= 3 + 2 = 5$$

نذهب لمصفوفة المعاملات (نذهب لمعاملات X)
ونبدلهن بـ الناتج
ومعاملات Y تبقى

لأننا نريد مصفوفة A_X

تكملة السؤال

$$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{3}{7}$$

مصفوفة معاملات

Cofficent Matrix

$$A_y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$|A_y| = ad - bc$$
$$= 4 - 1 = 3$$

تعبير نظام معادلات في مصفوفة

Q) express the system of equations in Matrix. form:- $2X + 3y = 5$ and solve them. حل

$2X - y = 1$

مصفوفة معاملات

Solut: A

#يسنن

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} X \\ y \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$AX = b$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow 2X + 3y = 5$

$-1(2X - y = 1)$

$\cancel{2X} + 3y = 5$

$-\cancel{2X} + y = -1$

$4y = 4 \quad \boxed{y = 1}$

$2X + 3y = 5$

$2X + 3 = 5 \qquad 2X = 2 \quad \boxed{X = 1}$

Scanned by CamScanner

Co-factors of a Matrix $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

is $C = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$

$C_{11} = + \begin{bmatrix} A_{22} & A_{23} \\ A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$

اذا كان مجموعها زوجي تكون موجب

نلغي كل صف الاول العمود الأول

$C_{12} = - \begin{bmatrix} A_{21} & A_{23} \\ A_{31} & A_{33} \end{bmatrix}$

اذا كان مجموعها فردي تكون سالب

نلغي كل صف الأول عمود ثاني

⋮

هناك تكملة لجميع المدخلات

الصورة العامة لـ 3*3

$$\begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix}$$

Q) if $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 7 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, find the Matrix of Co-factors of A.

$$C = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ -11 & 4 & 6 \\ 25 & -10 & -10 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = + \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 2$$

$ad - bc$

$$A_{12} = - \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -(-2) = 2$$

#بيسنر

#تكمل الصورة

$$A_{13} = + \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -2$$

$$A_{21} = - \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -11$$

$$A_{22} = + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 4$$

$$A_{23} = - \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -(-6) = 6$$

$$A_{31} = + \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 25$$

$$A_{32} = - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} = -10$$

$$A_{33} = + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = -10$$

$$X = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}$$

$$Y = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}$$

→ احفظ

$$Z = \frac{\det(A_3)}{\det(A)}$$

→ احفظ

حل نظام معادلات 3*3 عن طريق المصفوفات

مصفوفة معاملات — مصفوفة مجاهيل

Q)
$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{bmatrix}$$

مصفوفة نواتج

step1: تأكد من ترتيب المعادلات

step2: تحويل معادلات للمصفوفات

step3: $|A|_{3*3}$

اخذنا اشي الصوره العامة للصف واحد فقط

مثلاً كان في سؤال
① جد الاقتران التالي:
$X + 4Y + 3Z =$ جواب

الصوره العامة لـ 3*3

$$\begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix}_{3*3}$$

ثبت صف (أي صف)

بما انه ثبتنا الصف الأول شوفا الإشارات الصوره العامة لـ 3*3

$$|A|_{3*3} = +1\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2*2} - 3\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}_{2*2} + 3\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}_{2*2}$$

ad-bc ad-bc ad-bc

$+(7)$ $-3(1)$ $3(-1)$

7 -3 -3

$7-6=1$

$$|A|_{3*3} = \boxed{1}$$

$|A|_{3*3} =$ الصف إلي ثبتناه بنحذف مع الأعمدة إلي ابتسودها

حل تكملة السؤال في صفحة التالية

نفس السؤال بس بدنا نثبت صف غير إلي ثبتناه (راح يطلع نفس الجواب)

$$|A|_{3*3} = -1\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2*2} + 4\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}_{2*2} - 3\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}_{2*2}$$

ثبتنا الصف الثاني

ad-bc ad-bc ad-bc

$-1(3)$ $4(1)$ $-3(0)$

-3 4 0

$$4-3=\boxed{1}$$

step 4 :-

اضا ,ا٧ نوجد ها لمصفوفة

$$A^{-1}_{3*3} = \frac{1}{\det(A)}\left[\text{adjoint Matrix}\right]$$

$\Rightarrow$ adjoint Matrix = $(\text{Co-factors Matrix})^T$

$$A_{11} = +\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2*2}$$

كل الصف الاول
والعامود الأول

ad-bc

+7

$$A_{21} = -\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2*2}$$

ad-bc

-(3)

-3

$$A_{12} = -\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}_{2*2}$$

(Co-factors)

ad-bc

-(1)

-1

$$A_{22} = +\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}_{2*2}$$

ad-bc

+(1)

1

$$A_{13} = +\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}_{2*2}$$

كل
صف الاول
عمود الثالث

ad-bc

+(-1)

-1

$$A_{23} = -\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}_{2*2}$$

-(0)

0

$$A_{31} = +\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}_{2*2}$$

ad-bc

+(-3) = -3

$$A_{32} = -\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

-(0) = 0

$$A_{33} = +\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

+(1) = 1

تكملة حل السؤال

$$\text{Co-factors Matrix} = \begin{bmatrix} 7 & -1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{adjoint Matrix} = \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}_{3*3} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Step5:-

(ايجاد الحل)

(ايجاد قيم x,y,z)

قاعدة :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{bmatrix}$$

القاعدة : مصفوفة المجاهيل تساوي A^{-1} ضرب مصفوفة النواتج

Q) Use Cramer's rule to solve ?

$$3X + 2y - 2Z = 5$$
$$4X + 3y + 3Z = 17$$
$$2X - y + Z = -1$$

مصفوفة المعاملات

مصفوفة المعاملات هي نستخدمها في هذه الطريقة

Solve :

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 4 & 3 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{3*3} = A$$

$$\det(A) = +3\underbrace{\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}_{2*2}}_{ad-bc} - 2\underbrace{\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}_{2*2}}_{ad-bc} + (-2)\underbrace{\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}_{2*2}}_{ad-bc}$$

$$3(6) \quad -2(-2) \quad -2(-10)$$

$$18 \quad +4 + 20 \quad = 42$$

Now,

$$A_X = \begin{bmatrix} -5 & 2 & -2 \\ 17 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

نستثني قيم ال X من مصفوفة (A) ونضع بدالها قيم النواتج

$$\det(A_X) = (-5)\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}_{2*2} - 2\begin{vmatrix} 17 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}_{2*2} + (-2)\begin{vmatrix} 17 & 3 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}_{2*2}$$

$$-5(6) \quad -2(20) \quad -2(-14)$$

$$= -30 - 40 + 28 = -42$$

$$X = \frac{\det(A_X)}{\det(A)} = \frac{-42}{42} = -1$$

تابع حل السؤال

Now,

$$\therefore A_y = \begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 \\ 4 & 17 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}_{3\times 3}$$

$$\det(A_y) = +3\begin{vmatrix} 17 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - (-5)\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + (-2)\begin{vmatrix} 4 & 17 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 3(20) + 5(-2) - 2(38)$$

$$= 60 - 10 + 76 = 126$$

$$y = \frac{\det(A_y)}{\det(A)} = \frac{126}{42} = 3$$

Now,

$$A_z = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 4 & 3 & 17 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(A_z) = +3\begin{vmatrix} 3 & 17 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & 17 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + (-5)\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

ad-bc

$$3(-3-(-17)) - 2(-4-42) + -5(-4-6)$$

$$= 42 + 92 + 50 = 184$$

$$z = \frac{\det(A_z)}{\det(A)} = \frac{184}{42} = 4{,}38$$

Q) If $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 6 & 10 & 8 \end{bmatrix}$, find det(B)

Solution:

$$\det(B) = +5\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} + (-4)\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 10 \end{vmatrix}$$

$$= 5(-34) - 3(-22) - 4(-2)$$

$$= -170 + 66 + 8$$

$$= -96$$

$A I = A$

I → Identity

det (AI) = ضرب ارقام القطر

Diagonal Matrix (قطر ارقام والباقي اصفار)

اذا كانت المصفوفة كلها أصفار والقطر أرقام وطلب ال det

يكون الجواب يساوي ضرب أرقام القطر

Q) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ find the det A

ad-bc

det A = 2

Q) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ find the det A

$$+1\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} - 0\,\cancel{\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}} + 0\,\cancel{\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}} = 6$$

أو مباشر أضرب أرقام القطر

تكملة المصفوفات

قواعد

① $\det(A * B) = \det A * \det B$

② $\det A^n = (\det A)^n$

③ $(A^T)^T = A$

④ $(A^{-1})^{-1} = A$

5) $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

6) $(A * B)^{-1} = B^{-1} * A^{-1}$

7) $(A * B)^T = B^T * A^T$

8) $(\text{ثابت} * \underset{\text{مصفوفة}}{A})^T = \text{ثابت}\ A^T$

⑫ $A * A^{-1} = \underset{}{I}$ مصفوفة محايدة

$\det(A * A^{-1}) = \det(I) = 1$

⑨ $\det(A^T) = \det A$

~~$\det(A^{-1}) = \det A$~~

⑩ $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$

⑪ $\det(\text{ثابت} * \underset{\text{مصفوفة}}{A})_{n*n} = (\text{ثابت})^{n} * \det(A)$

n: عدد صفوف أو عدد الأعمدة

Q) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3*3}$

① find $\det(-2A)$

$= (-2)^3(\det A)$

$= -8\ \det(A)$

$= -8 * \frac{1}{-2} = 4$

$\det(A) = \dfrac{1}{-2}$

$\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$

$\det(A) = \dfrac{1}{\det(A^{-1})}$

$|A^{-1}| = +0 \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} + 1 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$-2-0$

-2

② find A^3 & A^{-1}

$= \det A^3$ & $\det A^{-1}$

$= (\det A)^3$ & $\det A^{-1}$

$= \left(\frac{1}{\det A^{-1}}\right)^3$ & $\det A^{-1}$

$= \left(\frac{1}{-2}\right)^3 * -2 = \frac{1}{-8} * -2 = \frac{1}{4}$

③ find $\det A^T$

$\det A^T = \det A$

$\frac{1}{-2}$

④ find $\det (A^{-1})^T$

$\det A^{-1}$

$= -2$

Q) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}$, then

1) $\det(3A) = (3)^2 \det(A) = 9 * 4 = 36$

or $3A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 30 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(3A) = 90 - 54 = 36$

Q1) If $(2B^T - 3I)^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ find $B = ??$

$$((2B^T - 3I)^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$|A| = ad-bc$

$$2B^T - 3I = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ +2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{-1}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ +2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$2B^T = \begin{bmatrix} -1 & +2 \\ +2 & -3 \end{bmatrix} + 3I$$

I مصفوفة محايدة

$$2B^T = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2\times 2}$$

كيف عرفت انها 2×2 لأنه بجمع المصفوفة لازم يكونوا نفس الترتيب

$$2B^T = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2B^T = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{2B^T}{2} = \frac{\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}}{2}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(B^T)^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$